Курс «Алгоритмы и алгоритмические языки»
1 семестр 2016/2017

Лекция 15

Списки

- ***Односвязный список*** – это динамическая структура данных, каждый элемент которой содержит ссылку на следующий элемент (либо **NULL**, если следующего элемента нет).
- Доступ к списку осуществляется с помощью указателя на его первый элемент.

```
struct list {
  struct data info;      /* Данные */
  struct list *next;     /* Ссылка на след. элемент */
};
```

- Выделение элемента

```
struct list *phead = NULL;
phead = (struct list *) malloc (sizeof (struct list));
```

Списки

- Добавление элемента в начало

```
struct list *phead = NULL;


struct list *add_element (struct list *phead, struct
                          data *elem) {
  struct list *new = malloc (sizeof (struct list));
  new->info = *elem;
  new->next = phead;
  return new;
}
```

Списки

- Добавление элемента в конец

```
struct list *phead = NULL;

struct list *add_element (struct list *phead, struct
                          data *elem) {
  if (! phead) {
    phead = malloc (sizeof (struct list));
    phead->info = *elem;
    phead->next = NULL;
    return phead;
  }
  struct list *ph = phead; // сохраним голову списка
  while (phead->next != NULL)
    phead = phead->next;
  phead->next = malloc (sizeof (struct list));
  phead->next->info = *elem;
  phead->next->next = NULL;
  return ph; // phead затерт, вернем сохраненный указатель
}
```

Списки

- Поиск элемента

```
struct list * phead;

int equals (struct data *, struct data *);
struct list * search (struct list *phead, struct data
                      *elem) {
  while (phead && ! equals (&phead->info, elem))
    phead = phead->next;
  return phead;
}
```

Списки

- Удаление элемента

```
struct list *remove (struct list *phead,
                     struct data *elem) {
  struct list *prev = NULL, *ph = phead;
  while (phead && ! equals (&phead->info, elem)) {
    prev = phead;
    phead = phead->next;
  }
  if (! phead)
    return ph;
  if (prev)
    prev->next = phead->next;
  else
    ph = phead->next;
  free (phead);
  return ph;
}
```

Списки

- Удаление элемента (двойной указатель)

```
void remove (struct list **pphead,
             struct data *elem) {
  struct list *prev = NULL, *phead = *pphead;
  while (phead && ! equals (&phead->info, elem)) {
    prev = phead;
    phead = phead->next;
  }
  if (! phead)
    return;
  if (prev)
    prev->next = phead->next;
  else
    *pphead = phead->next;
  free (phead);
}
```

Топологическая сортировка узлов ациклического ориентированного графа

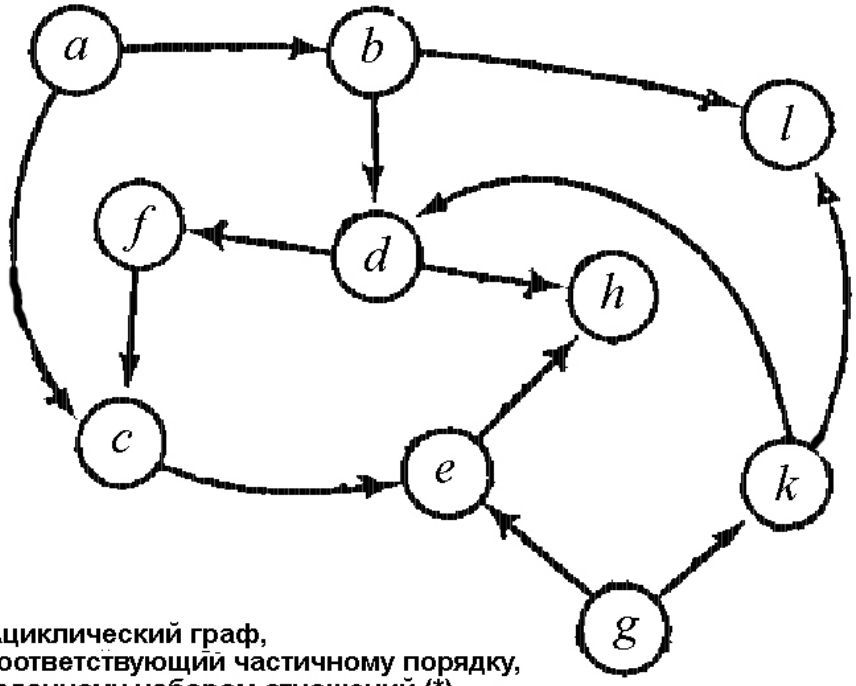
- Ациклический граф можно использовать для графического изображения *частично упорядоченного множества.*
  Цель топологической сортировки:
  преобразовать частичный порядок в линейный.
  Графически это означает, что
  все узлы графа нужно расположить на одной прямой таким образом, чтобы все дуги графа были направлены в одну сторону.

Топологическая сортировка узлов ациклического ориентированного графа

- ***Пример***. Частичный порядок (<) задается следующим набором отношений :

$$a < b,\ b < d,\ d < f,\ b < l,\ d < h,\ f < c,\ a < c, \qquad (*)$$
$$c < e,\ e < h,\ g < e,\ g < k,\ k < d,\ k < l$$

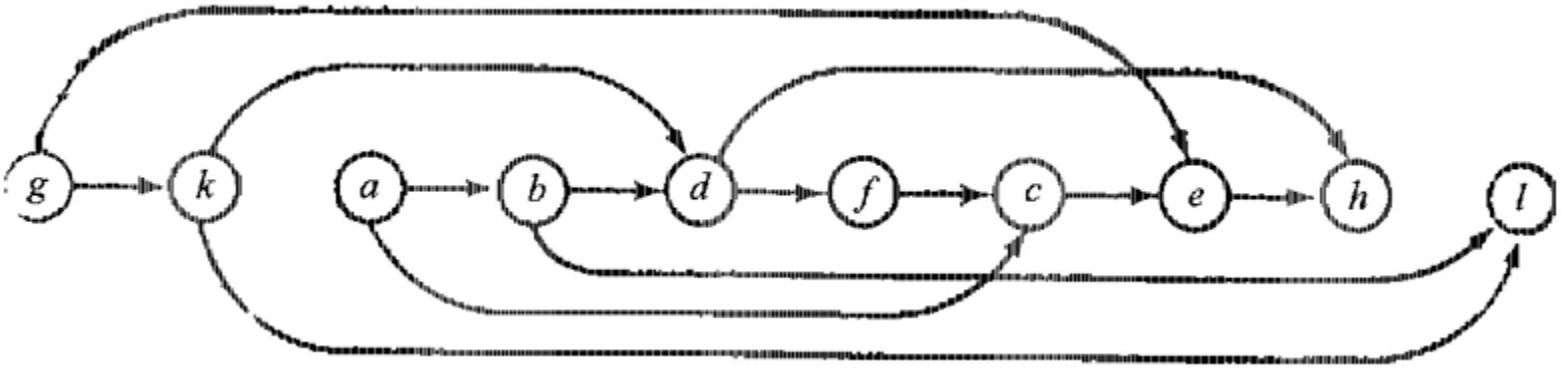
Набор отношений (*) можно представить в виде следующего ациклического графа (см. рисунок):



Ациклический граф, соответствующий частичному порядку, заданному набором отношений (*).

Топологическая сортировка узлов ациклического ориентированного графа

- Требуется привести рассматриваемый граф к линейному графу:



- На этом графе ключи расположены в следующем порядке:

g k a b d f c e h l

(поскольку топологическая сортировка неоднозначна, это один из возможных топологических порядков).

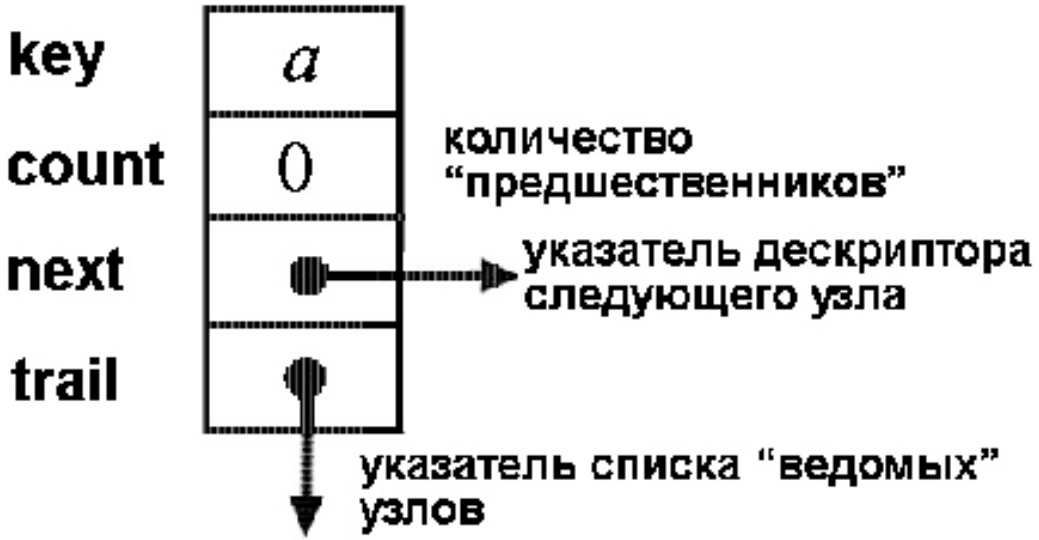
- Последовательная обработка полученного линейного списка узлов графа эквивалентна их обработке в порядке обхода графа.

Топологическая сортировка узлов ациклического ориентированного графа

- Поскольку рассматриваемый граф – ациклический, **существует** хотя бы один узел графа, у которого нет предшествующих узлов. Каждый такой узел будем называть *ведущим* узлом. **Шаг алгоритма**: Выберем один из ведущих узлов и поместим его в начало линейного списка отсортированных узлов, удалив его из исходного графа.
- Поскольку граф, у которого удалили один из ведущих узлов, останется ациклическим, в нем будет хотя бы один ведущий узел. Следовательно, можно повторить шаг алгоритма.
- Легко видеть, что каждый узел графа рано или поздно станет ведущим и попадет в формируемый линейный список, и алгоритм завершится.

Топологическая сортировка узлов ациклического ориентированного графа

- Структуры данных для представления узлов:
  - Каждый узел исходного графа представляется с помощью дескриптора узла, который имеет вид:

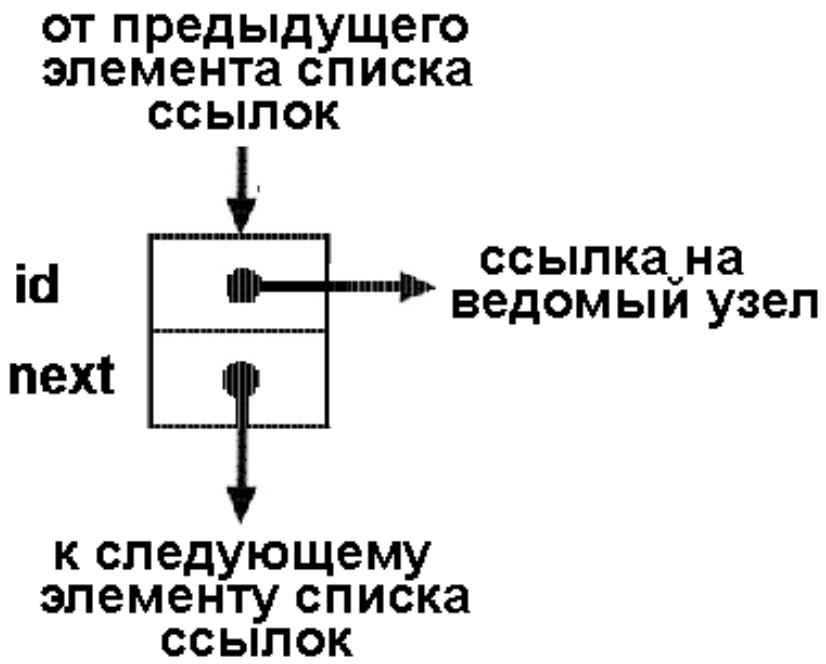


Дескриптор узла.

- *Ведомыми* для узла n будут узлы, для которых n является предшественником. Каждый узел графа (не только ведущий) может иметь один или несколько ведомых узлов.

Топологическая сортировка узлов ациклического ориентированного графа

- Структуры данных для представления узлов:
  - Дескриптор каждого узла содержит ссылки на ведомые узлы. Так как заранее неясно, сколько у узла будет ведомых узлов, эти ссылки помещаются в список. На рисунке представлен элемент списка ссылок.



Топологическая сортировка узлов ациклического ориентированного графа

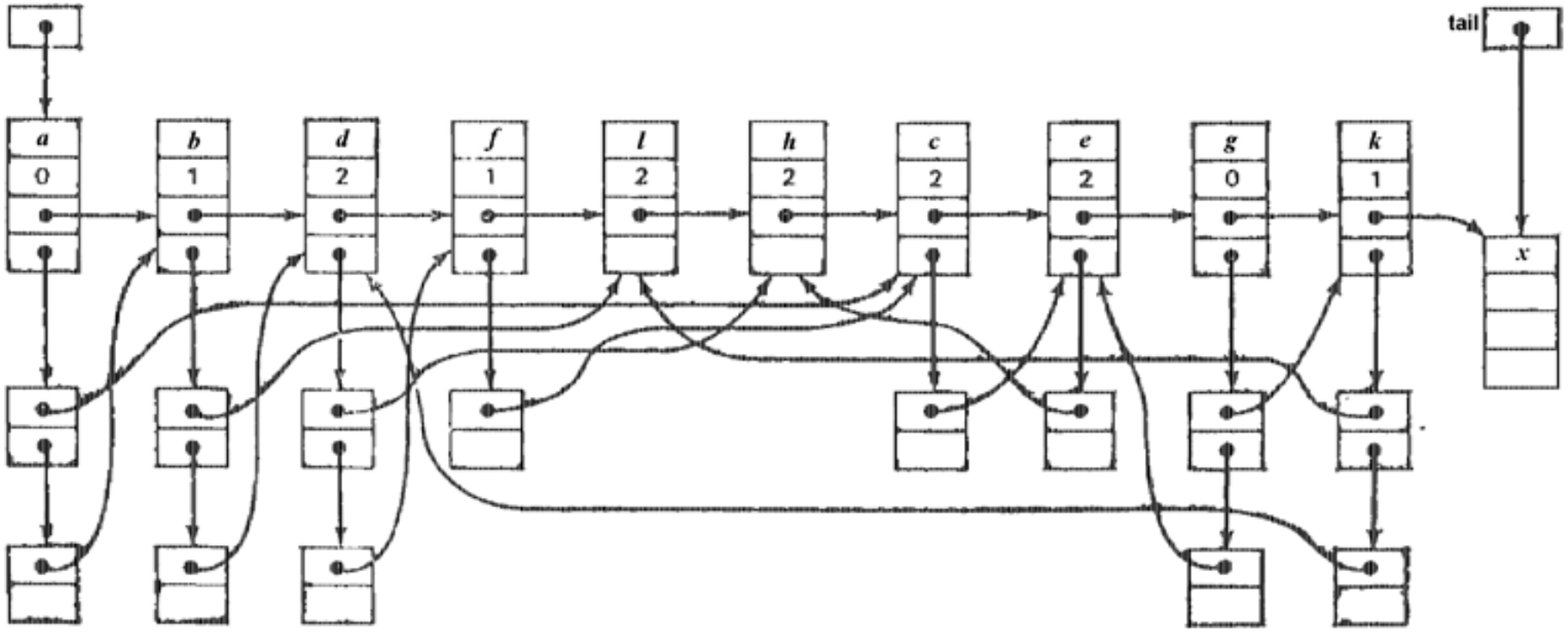
- ***1 фаза алгоритма: ввод исходного графа***

  На этой фазе вводятся пары ключей и из них формируется представление ациклического графа через дескрипторы узлов и списки ведомых узлов.

  - Исходные данные представлены в виде множества пар ключей (*), которые вводятся ***в произвольном порядке***.
  - После ввода очередной пары $x < y$ ключи x и y ищутся в списке «ведущих» и в случае отсутствия добавляются к нему.
  - В список ведомых узлов узла x добавляется ссылка на y, а счетчик предшественников y увеличивается на 1 (начальные значения всех счетчиков равны 0).

По окончании фазы ввода будет сформирована структура, показанная на следующем слайде (для множества пар ключей (*)).

Топологическая сортировка узлов ациклического ориентированного графа



Структура данных, сформированная фазой ввода

Топологическая сортировка узлов ациклического ориентированного графа

- ***2 фаза алгоритма: сортировка***

  (1) В списке «ведущих» находим дескриптор узла ***z***, у которого значение поля **`count`** равно 0.

  (2) Включаем узел ***z*** в результирующую цепочку.

  (3) Если у узла ***z*** есть «ведомые» узлы (значение поля **`trail`** не **`NULL`**)

  - (a) просматриваем очередной элемент списка «ведомых» узлов
  - (b) корректируем поле **`count`** дескриптора соответствующего «ведомого» узла.

  (4) Переходим к шагу (1)

- Так как с каждой коррекцией поля **`count`** его значение уменьшается на 1, постепенно все узлы включаются в результирующую цепочку.

Описание алгоритма топологической сортировки на языке Си

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
typedef struct ldr {    /*дескриптор ведущего узла*/
  char key;
  int count;
  struct ldr *next;
  struct trl *trail;
} leader;
typedef struct trl {    /*дескриптор ведомого узла*/
  struct ldr *id;
  struct trl *next;
} trailer;

leader *head, *tail;    /*два вспомогательных узла*/
int lnum;               /*счетчик ведущих узлов*/
```

Описание алгоритма топологической сортировки на языке Си

```
/* поиск по ключу w */

leader *find (char w) {
  leader *h = head;
  /* "барьер" на случай отсутствия w */
  tail->key = w;
  while (h->key != w)
    h = h->next;
  if (h == tail) {
    /* генерация нового ведущего узла */
    tail = malloc (sizeof (leader));
    /* старый tail становится новым элементом списка */
    lnum++;
    h->count = 0;
    h->trail = NULL;
    h->next = tail;
  }
  return h;
}
```

Описание алгоритма топологической сортировки на языке Си

```
void init_list() {
  /* инициализация списка «ведущих» */
  leader *p, *q;
  trailer *t;
  char x, y;

  head = (leader *) malloc (sizeof (leader));
  tail = head;
  lnum = 0;          /* начальная установка */
  while (1) {
    if (scanf ("%c %c", &x, &y) != 2)
      break;
    /* включение пары в список */
    p = find (x);
    q = find (y);
    /* коррекция списка */
    t = malloc (sizeof (trailer));
    t->id = q;
    t->next = p->trail;
    p->trail = t;
    q->count += 1;
  }
}
```

Описание алгоритма топологической сортировки на языке Си

```
/* Исходный список построен. Организация нового списка */
void sort_list() {
  leader *p, *q;
  trailer *t;
  /* В выходной список включаются все узлы старого
     с count == 0 */
  p = head;
  head = NULL; /* голова выходного списка */
  while (p != tail) {
    q = p;
    p = q->next;
    if (q->count == 0) {
      /* включение q в выходной список */
      q->next = head;
      head = q;
    }
  }
<...>
```

Описание алгоритма топологической сортировки на языке Си

```
/* Фаза сортировки и вывода результатов из нового списка */

<...>
  q = head; /* есть ведущий узел -> head != NULL */
  while (q != NULL) {
    printf ("%c\n", q->key);
    lnum--;
    t = q->trail;
    q = q->next;
    while (t != NULL) {
      p = t->id;
      p->count -= 1;
      if (p->count == 0) {
        p->next = q;  // достаточно для
        q = p;        // правильной сортировки
      }
      t = t->next;
    }
  }
  /* lnum == 0 */
}
```

Описание алгоритма топологической сортировки на языке Си

```
int main() {
  init_list ();
  sort_list ();
  return 0;
}
```